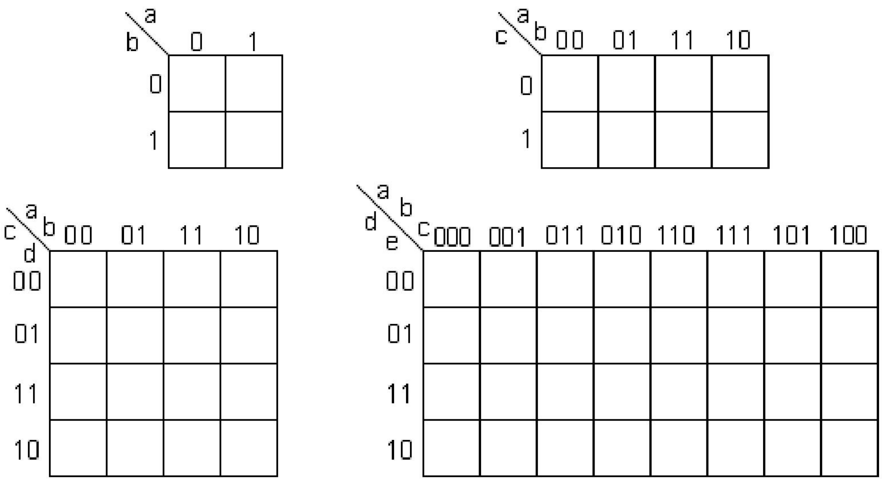
Suponiendo que conozcamos la tabla de la verdad de un circuito combinacional, a partir de la cual deseamos diseñar dicho circuito, lo más corriente es tener que buscar una expresión simplificada de la función o funciones a implementar.

En este artículo se trata de explicar cómo ello es posible de una forma sencilla gracias al empleo de un método de simplificación gráfico muy extendido (extendido precisamente por esto, por su facilidad de uso). Para ello, nos servimos de una tabla ejemplo, mediante lo cual explicaremos todo lo referente a este tipo de simplificación de funciones lógicas. Pero antes, un poco de teoría necesaria:

Mapas de Karnaugh para dos, tres y cuatro variables:

El aspecto de los mapas de Karnaugh es el de la siguiente figura:



De izquierda a derecha y de arriba a abajo aparecen los mapas para dos, tres, cuatro y cinco variables. Note que en cada mapa existe una línea diagonal en la esquina superior izquierda.

Por encima y por debajo de dicha línea aparecen los nombres de las variables implicadas (en este caso a, b, c, d y/o e, según el mapa, aunque pudieran ser otros diferentes), de tal forma que para el mapa de cuatro variables, por ejemplo, las combinaciones de ceros y unos de la parte superior del mapa son las combinaciones posibles de las variables a y b, en este orden, y las combinaciones de dígitos binarios del lateral izquierdo son la posibles combinaciones de las variables c y d, también en ese orden.

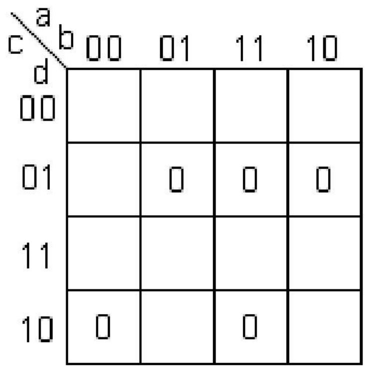
La tabla que usaremos para explicar la simplificación gráfica de Karnaugh es la siguiente:

a	b	c	d	F	G	H
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	1

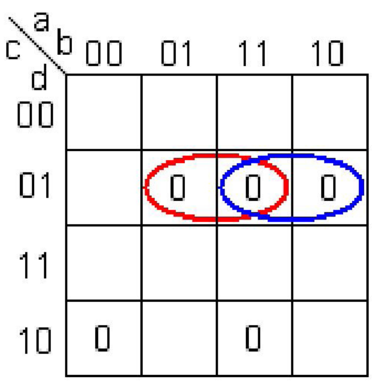
En esta tabla se han diferenciado las funciones de salida de las variables de entrada gracias al empleo de mayúsculas (para las funciones) y minúsculas (para las variables). Tenemos pues cuatro variables de entrada y tres funciones de salida.

Empecemos diciendo que de esta tabla se podrían sacar las formas canónicas (de minitérminos o de maxitérminos) de las funciones F, G y H y, a partir de estas formas canónicas, implementar el circuito lógico correspondiente a cada función. Sin embargo, esta forma de proceder no es la más adecuada por motivos de economía de medios, ya que las formas canónicas no son las expresiones más simples de una determinada función, y mientras más simple sea una función más simple será el circuito que la implemente. Así pues, se hace necesario simplificar las formas canónicas para obtener otras expresiones más simples. Es aquí donde entran en juego los mapas de Karnaugh.

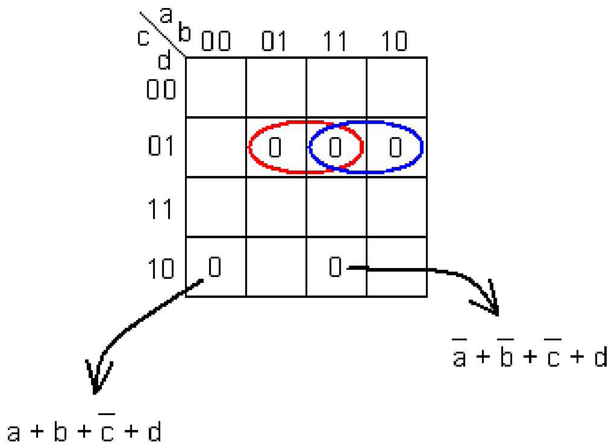
Como ya se desprende de lo comentado más arriba, la simplificación se puede llevar a cabo de la forma canónica de minitérminos o de la forma canónica de maxitérminos. A nosotros nos toca decidir. ¿Cómo?. Pues el criterio más lógico (salvo demostración en contra) es el de simplificar la forma canónica que ya de por sí sea más simple, o sea, la que tenga menos términos. En el caso de la función F de la tabla estaríamos hablando de forma canónica de maxitérminos. Bien, pues simplifiquemos primeramente F en su forma canónica de maxitérminos. Para ello elegiremos un mapa de Karnaugh de igual número de variables que las que tenga la función a simplificar, en este caso será de cuatro variables. A continuación, colocaremos ceros en las casillas del mapa cuyas coordenadas correspondan con los valores de las variables que producen los ceros de F:



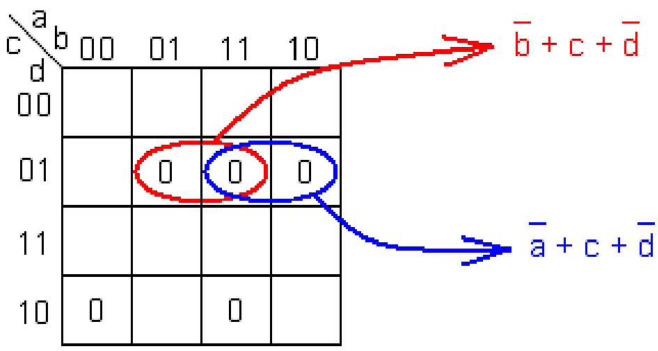
A continuación hay que intentar realizar agrupamientos de los ceros colocados en el mapa. Sólo se permiten agrupamientos de un número de ceros que sea una potencia de dos (2, 4, 8, 16, etc.) y nunca en diagonal. Además, los agrupamientos que se hagan hay que tratar que sean lo mayor posible. Los agrupamientos que pueden realizarse en el mapa de más arriba son los siguientes:



La simplificación de la función se producirá en los agrupamientos. Así, ninguno de los dos ceros de la línea inferior no se han podido agrupar. Eso hará que cada uno de ellos de lugar a un maxitérmino de la siguiente forma:



O sea, la variable que tenga valor cero aparece en el maxitérmino de forma directa y la que tenga el valor uno aparece de forma negada. Esto respecto a los términos que no se simplifican. Respecto a los que sí se simplifican lo hacen de la siguiente forma:



Como puede verse, se sigue la misma regla que en los términos no simplificados en cuanto a la negación o no de una variable, pero además, cada agrupamiento (y no cada casilla) da lugar a un término en el que la variable que cambia de valor en las casillas del agrupamiento desaparece del término directamente, o sea, no se incluye en él.

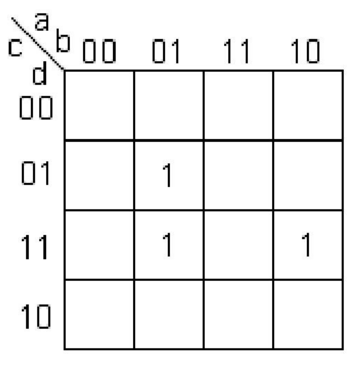
La función F simplificada tendrá el siguiente aspecto:

$$F = (\overline{b} + c + \overline{d})(\overline{a} + c + \overline{d})(a + b + \overline{c} + d)(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + d)$$

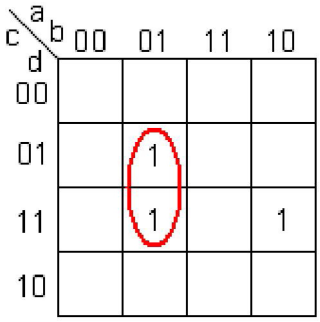
¿Sería posible simplificar aún más la función F?. Sí, pero ya aplicando métodos de simplificación algebraica. Por ejemplo, se podría sacar factor común $c + \overline{d}$, con lo que quedaría:

$$F = (\overline{b}\,\overline{a} + c + \overline{d})(a + b + \overline{c} + d)(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + d)$$

Pasemos a simplificar otra función de las de la tabla. Acometamos la simplificación de la función G. Esta función tiene menor número de unos que de ceros. Por tanto, simplificaremos por minitérminos. Además, como G tiene cuatro variables deberemos usar un mapa de Karnaugh de ese número de variables. Ahora se irán rellenando las casillas igual que en el caso anterior pero con unos en lugar de con ceros (es un convenio que permite que se sepa con un simple vistazo si se está trabajando con base en minitérminos o en maxitérminos):



Agrupando según la regla que ya se ha visto tendremos:

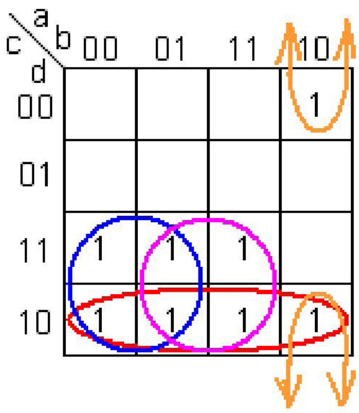


En el agrupamiento cambia (y por tanto desaparece de su término correspondiente) la variable c y en el uno no agrupado no se puede hacer simplificación alguna (y por tanto su término contendrá todas las variables). Así pues:

$$G = \bar{a}\, b\, d + a\, \bar{b}\, c\, d$$

Como puede verse, el criterio que se ha seguido para negar o no una variable es el contrario que en el caso de los maxitérminos, es decir, en minitérminos una variable se niega si su valor es cero y se deja sin negar si su valor es uno.

Bien, pasemos ya a simplificar la función restante, o sea, la función H. Esta función tiene igual número de ceros que de unos, así que es indiferente que nos basemos en minitérminos o en maxitérminos. Como creo, que a la hora de simplificar algebraicamente es más cómodo utilizar los minitérminos, la siguiente función la realizaremos con minitérminos. El mapa de Karnaugh con los agrupamientos ya hechos será el siguiente:



La función H simplificada según Karnaugh será

$$H = a\, \bar{b}\, \bar{d} + \bar{a}\, c + b\, c + c\, \bar{d}$$

Se podría simplificar H de forma algebraica hasta conseguir lo siguiente:

$$H = a\, \bar{b}\, \bar{d} + (\bar{a} + b + \bar{d})\, c$$

Por tanto, como resumen de las funciones simplificadas tendremos que

$$F = (\bar{b}\, \bar{a} + c + \bar{d})(a + b + \bar{c} + d)(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d)$$

$$G = \bar{a}\, b\, d + a\, \bar{b}\, c\, d$$

$$H = a\, \bar{b}\, \bar{d} + (\bar{a} + b + \bar{d})\, c$$

Ya sólo quedaría el diseño del circuito lógico que las implemente.